एकक 2

ज्यामिति

(A) मुख्य अवधारणाएँ और परिणाम

- एक **रेखाखंड** दो बिंदुओं के बीच की न्यूनतम दूरी के संगत होता है। बिंदु A और B को मिलाने वाले रेखाखंड को $\overline{AB}$ या $\overline{BA}$ से व्यक्त किया जाता है। प्रारंभिक बिंदु A वाली किरण पर स्थित एक अन्य बिन्दु B होने पर, उस किरण को AB से व्यक्त करते हैं। रेखा AB को AB से व्यक्त करते हैं।
- एक तल में स्थित दो भिन्न रेखाएँ यदि एक बिंदु पर मिलती हैं, तो वे **प्रतिच्छेदी रेखाएँ** कहलाती हैं, अन्यथा **समांतर रेखाएँ** कहलाती हैं।
- एक उभियनिष्ठ प्रारंभिक बिंदु वाली दो किरणें एक **कोण** बनाती हैं।
- केवल रेखाखंडों से बनी एक सरल बंद आकृति एक **बहुभुज** कहलाती है।
- तीन भुजाओं वाला बहुभुज एक **त्रिभुज** कहलाता है तथा चार भुजाओं वाला बहुभुज एक **चतुर्भुज** कहलाता है।
- एक बहुभुज जिसकी सभी भुजाएँ और सभी कोण बराबर हों, एक **समबहुभुज** कहलाता है।
- वह आकृति जिस पर स्थित प्रत्येक बिंदु एक निश्चित बिंदु से समान दूरी पर हो, एक **वृत्त** कहलाता है। निश्चित बिंदु वृत्त का **केंद्र** तथा समान दूरी वृत्त की **त्रिज्या** कहलाती है।

(B) हल-उदाहरण

उदाहरण 1 और 2 में दिए हुए चार विकल्पों में से सही विकल्प लिखिए।

उदाहरण 1: एक पंचभुज के विकर्णों की संख्या है–

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 10

हल: सही उत्तर (C) है।

© NCERT not to be republished

उदाहरण 2: एक त्रिभुज के विकर्णों की संख्या है।

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

हल: सही उत्तर (A) है।

उदाहरण 3 और 4 में रिक्त स्थानों को भरिए, ताकि कथन सत्य हो जाए:

उदाहरण 3: छः भुजाओं वाला बहुभुज एक ________ कहलाता है।

हल: षड्भुज

उदाहरण 4: एक त्रिभुज जिसकी सभी भुजाएँ असमान लम्बाइयों की हों, एक ________ त्रिभुज कहलाता है।

हल: विषमबाहु

उदाहरण 5 से 7 में बताइए कि कथन सत्य है या असत्य है

उदाहरण 5: दो असमांतर रेखाखंड सदैव प्रतिच्छेद करेंगे।

हल: असत्य

उदाहरण 6: सभी समबाहु त्रिभुज समद्विबाहु भी होते हैं।

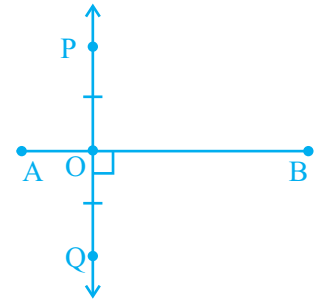
हल: सत्य

उदाहरण 7: $0°$ का कोण एक न्यूनकोण है।

हल: असत्य (संकेत : न्यूनकोण का माप $0°$ और $90°$ के बीच होता है)

उदाहरण 8: आकृति 2.1 में, $PQ \perp AB$ तथा $PO = OQ$ है। क्या PQ रेखाखंड AB का लंब समद्विभाजक है? क्यों अथवा क्यों नहीं?

हल: PQ रेखाखंड AB का लंब समद्विभाजक नहीं है, क्योंकि $AO \neq BO$ है

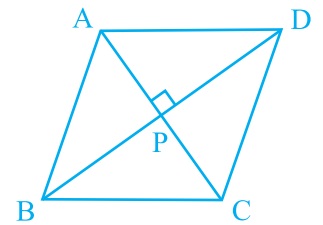
टिप्पणी: AB रेखाखंड PQ का लंब समद्विभाजक है।

आकृति 2.1

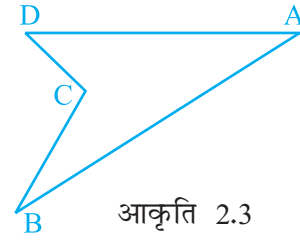
उदाहरण 9: आकृति 2.2 में यदि $AC \perp BD$ है, तो सभी समकोणों के नाम लिखिए।

हल: यहाँ चार समकोण हैं।

ये हैं : $\angle APD$, $\angle APB$, $\angle BPC$, और $\angle CPD$

आकृति 2.2

© NCERT not to be republished

उदाहरण 10: आकृति 2.3 में क्या ABCD एक बहुभुज है? यदि हाँ, तो इसका विशेष नाम क्या है?

हल: हाँ, यह एक बहुभुज है, क्योंकि यह केवल रेखाखंडों से बनी एक सरल बंद आकृति है। यह एक चतुर्भुज है।

आकृति 2.3

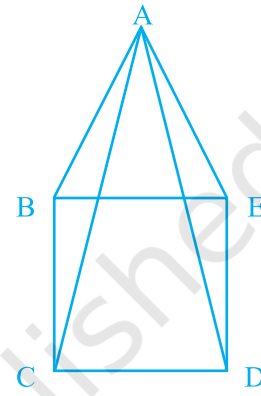
उदाहरण 11: आकृति 2.4 में, BCDE एक वर्ग है तथा बिंदु A को शीर्ष B,C,D और E से मिलाने पर एक त्रिविमीय 3D आकार बनाया गया है। इस त्रिविमीय आकार का नाम लिखिए तथा इसके (i) शीर्ष, (ii) किनारे और (iii) फलक भी लिखिए।

आकृति 2.4

हल : बनाया गया त्रिविमीय आकार एक वर्ग पिरामिड है।

(i) शीर्ष: A, B, C, D और E

(ii) किनारे: AB, AC, AD, AE, BC ,CD, DE और EB

(iii) फलक: वर्ग BCDE, ΔABC, ΔACD, ΔADE और ΔABE

उदाहरण 12: 7 बजे एक घड़ी की घंटे तथा मिनट की सूइयों के बीच कोणों में से छोटे कोण का माप लिखिए साथ ही, अन्य कोण का माप भी लिखिए तथा यह भी बताइए कि ये कोण किस प्रकार के हैं?

हल: वांछित कोण का माप $= 30° + 30° + 30° + 30° + 30° = 150°$

अन्य कोण का माप $= 360° – 150° = 210°$

150° माप वाला एक अधिक कोण है तथा 210° माप वाला कोण एक प्रतिवर्ती कोण है।

(C) प्रश्नावली

प्रश्न 1 से 16 तक के प्रत्येक प्रश्न में, दिए हुए चार विकल्पों में से केवल एक ही सही है। सही विकल्प लिखिए।

1. पाँच बिंदुओं से होकर, जिनमें से कोई भी तीन बिंदु एक रेखा में नहीं हैं, खींची जा सकने वाली रेखाओं की संख्या है

   (A) 10 (B) 5 (C) 20 (D) 8

© NCERT not to be republished

2. एक सप्तभुज के विकर्णों की संख्या है –

(A) 21 (B) 42 (C) 7 (D) 14

3. आकृति 2.5 में, रेखाखंडों की संख्या है

आकृति 2.5

(A) 5 (B) 10 (C) 15 (D) 20

4. 9 बजे घड़ी की घंटे तथा मिनट की सूइयों के बीच में बने कोणों के माप हैं:

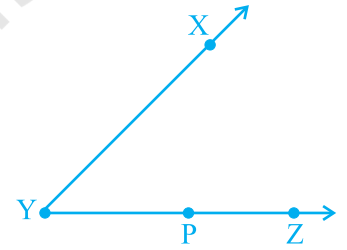
(A) 60°, 300° (B) 270°, 90° (C) 75°, 285° (D) 30°, 330°

5. यदि एक साइकिल के पहिए में 48 तीलियाँ (spokes) हों, तो दो क्रमागत तीलियों के बीच का कोण है

(A) $\left(5\frac{1}{2}\right)$ (B) $\left(7\frac{1}{2}\right)$ (C) $\left(\frac{2}{11}\right)$ (D) $\left(\frac{2}{15}\right)$

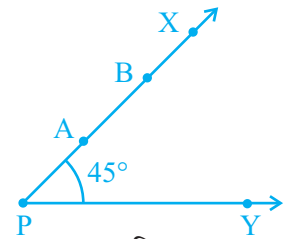
6. आकृति 2.6 में, ∠XYZ को निम्नलिखित में से किस रूप में नहीं लिखा जा सकता है?

(A) ∠Y (B) ∠ZXY

(C) ∠ZYX (D) ∠XYP

आकृति 2.6

7. आकृति 2.7 में, यदि बिंदु A को किरण PX के अनुदिश बिंदु B पर इस प्रकार विस्थापित किया कि PB = 2PA तो ∠BPY का माप है –

(A) 45° से बड़ा (B) 45°

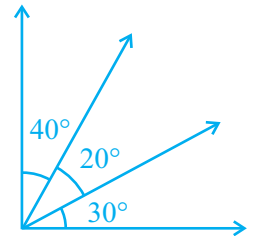
(C) 45° से छोटा (D) 90°

आकृति 2.7

8. आकृति 2.8 में, कोणों की संख्या है –

(A) 3 (B) 4

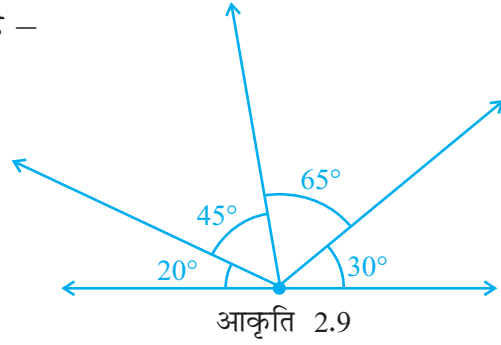
(C) 5 (D) 6

आकृति 2.8

© NCERT not to be republished

9. आकृति 2.9 में, अधिक कोणों की संख्या है –

(A) 2 (B) 3

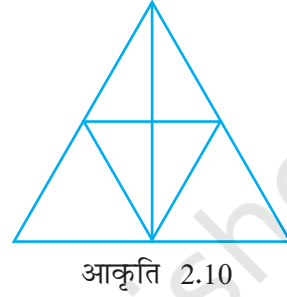
(C) 4 (D) 5

आकृति 2.9

10. आकृति 2.10 में, त्रिभुजों की संख्या है –

(A) 10 (B) 12

(C) 13 (D) 14

आकृति 2.10

© NCERT not to be republished

11. यदि दो कोणों का योग 180° से अधिक है, तो दोनों कोणों के लिए निम्नलिखित में से कौन-सा विकल्प संभव नहीं है –

(A) एक अधिक कोण और एक न्यून कोण

(B) एक प्रतिवर्ती कोण और एक न्यून कोण

(C) दो अधिक कोण

(D) दो समकोण

12. यदि दो कोणों का योग एक अधिक कोण के बराबर है, तो निम्नलिखित में से कौन-सा विकल्प संभव नहीं है?

(A) एक अधिक कोण और एक न्यून कोण

(B) एक समकोण और एक न्यून कोण

(C) दो न्यून कोण

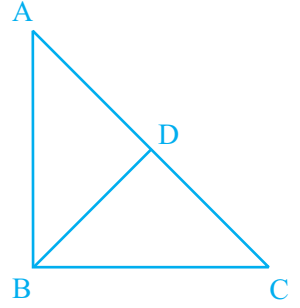
(D) दो समकोण

13. एक बहुभुज की भुजाओं की संख्या एक अभाज्य संख्या है। यह संख्या दो सबसे छोटी अभाज्य संख्याओं के योग के बराबर है। इस बहुभुज के विकर्णों की संख्या है –

(A) 4 (B) 5 (C) 7 (D) 10

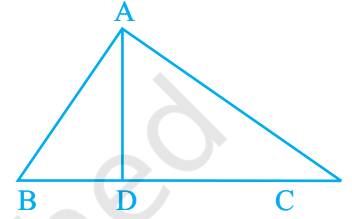
14. आकृति 2.11 में, AB = BC तथा AD = BD = DC है। इस आकृति में, समद्विबाहु त्रिभुजों की संख्या है –

(A) 1 (B) 2

(C) 3 (D) 4

आकृति 2.11

15. आकृति 2.12 में, $\angle BAC = 90°$ तथा $AD \perp BC$ है। इस आकृति में, समकोण त्रिभुजों की संख्या है –

(A) 1 (B) 2

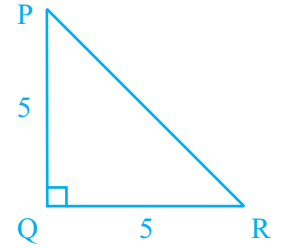
(C) 3 (D) 4

आकृति 2.12

16. आकृति 2.13 में, यदि $PQ \perp RQ$, PQ = 5 cm और QR = 5 cm है, तब ΔPQR

(A) एक समकोण त्रिभुज है परंतु समद्विबाहु नहीं है।

(B) एक समद्विबाहु समकोण त्रिभुज है।

(C) एक समद्विबाहु त्रिभुज है परंतु समकोण नहीं है।

(D) न तो समद्विबाहु त्रिभुज है और न ही समकोण त्रिभुज है।

आकृति 2.13

प्रश्न 17 से 31 में, रिक्त स्थानों को भरिए, ताकि कथन सत्य हो जाएँ:

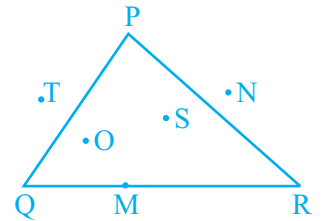
17. 180° से बड़ा और एक संपूर्ण कोण से छोटा कोण एक ______ कहलाता है।

18. एक षड्भुज में, विकर्णों की संख्या ______ होती है।

19. एक समलंब में, सम्मुख भुजाओं का एक युग्म ______ होता है।

20. आकृति 2.14 में, ΔPQR के अभ्यंतर में स्थित बिंदु ______ हैं, उसके बर्हिभाग में स्थित बिंदु ______ हैं तथा स्वयं त्रिभुज पर स्थित बिंदु ______ हैं।

आकृति 2.14

© NCERT not to be republished

21. आकृति 2.15 में, बिंदु A, B, C, D और E इस प्रकार एक रेखा पर स्थित हैं कि AB = BC = CD = DE है, तब

(i) AD = AB + ______

(ii) AD = AC + ______

(iii) AE का मध्य बिंदु ______ है।

(iv) CE का मध्य बिंदु ______ है।

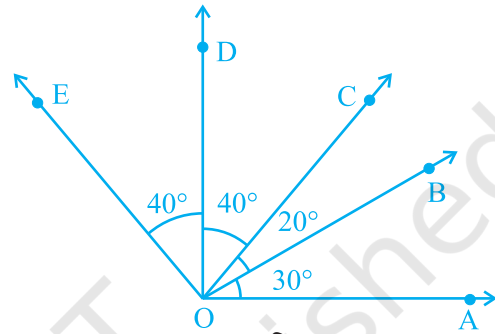
(v) AE = ______ × AB

आकृति 2.15

22. आकृति 2.16 में

(i) ∠AOD एक ______ कोण है।

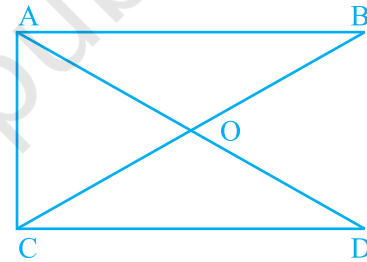
(ii) ∠COA एक ______ कोण है।

(iii) ∠AOE एक ______ कोण है।

आकृति 2.16

23. आकृति 2.17 में, त्रिभुजों की संख्या ______ है तथा इनके नाम ______ हैं।

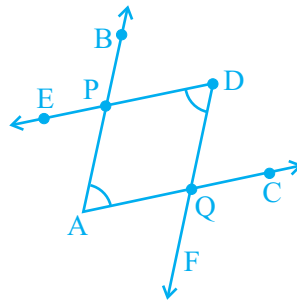
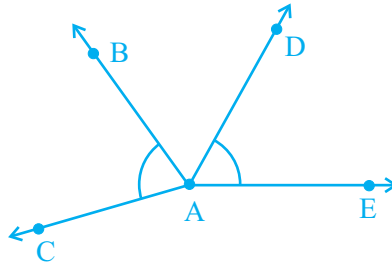
24. आकृति 2.17 में, 180° से छोटे कोणों की संख्या ______ है तथा इनके नाम ______ हैं।

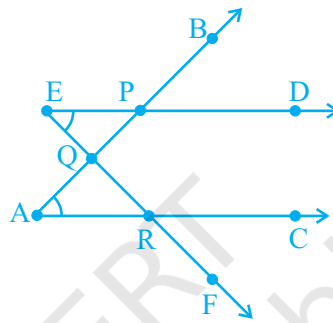
25. आकृति 2.17 में, ऋजुकोणों की संख्या ______ है

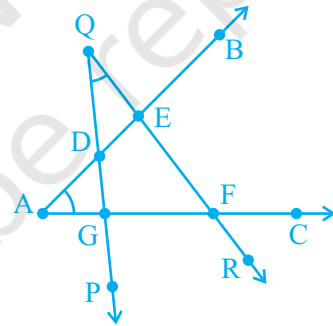
26. एक ऋजुकोण में समकोणों की संख्या ______ होती है तथा एक संपूर्ण कोण में समकोणों की संख्या ______ होती है।

आकृति 2.17

27. आकृति 2.18 में अंकित दोनों कोणों में उभयनिष्ठ बिंदुओं की संख्या ______ है।

आकृति 2.18

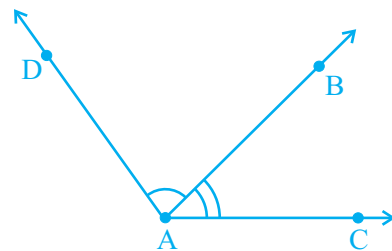
© NCERT not to be republished

28. आकृति 2.19 में अंकित दोनों कोणों में उभयनिष्ठ बिंदुओं की संख्या ______ है।

आकृति 2.19

29. आकृति 2.20 में अंकित दोनों कोणों में उभयनिष्ठ बिंदुओं की संख्या ______ है।

आकृति 2.20

30. आकृति 2.21 में अंकित दोनों कोणों में उभयनिष्ठ बिंदुओं की संख्या ______ है।

आकृति 2.21

31. आकृति 2.22 में ∠BAC और ∠DAB में उभयनिष्ठ भाग ______ है।

आकृति 2.22

© NCERT not to be republished

बताइए कि प्रश्न 32 से 41 में दिए गए कथन सत्य हैं या असत्य।

32. एक क्षैतिज रेखा और एक ऊर्ध्वाधर रेखा सदैव परस्पर समकोण पर प्रतिच्छेद करती हैं।

33. यदि कागज पर एक कोण की भुजाओं में वृद्धि की जाए तो उस कोण के माप में भी वृद्धि हो जाती है।

34. यदि कागज पर एक कोण की भुजाओं की लंबाई कम कर दी जाए तो उस कोण के माप में भी कमी हो जाती है।

35. यदि रेखा PQ || रेखा m है, तब रेखाखंड PQ || m है।

36. दो समांतर रेखाओं के बीच की दूरी प्रत्येक स्थान पर सदैव बराबर होती है।

37. आकृति 2.23 में, ∠ABC और ∠CBA के माप एक ही हैं।

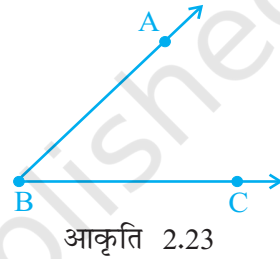
आकृति 2.23

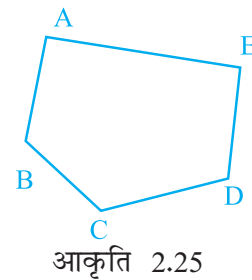
38. दो रेखाखंड दो बिंदुओं पर प्रतिच्छेद कर सकते हैं।

39. दो दिए हुए बिंदुओं से होकर अनेक रेखाएँ खींची जा सकती हैं।

40. एक दिए हुए बिंदु से केवल एक ही रेखा खींची जा सकती है।

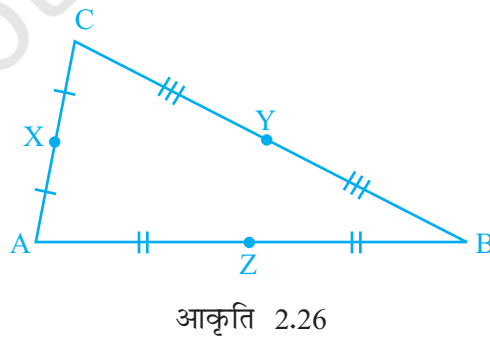
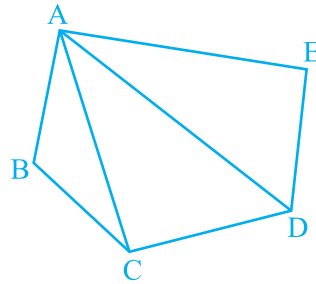
41. दो कोणों में ठीक पाँच बिंदु उभयनिष्ठ हो सकते हैं।

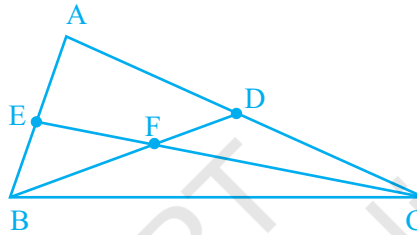
42. आकृति 2.24 के सभी रेखाखंडों के नाम लिखिए।

आकृति 2.24

43. आकृति 2.25 में दर्शाए गए रेखाखंडों के नाम लिखिए।

आकृति 2.25

44. आकृति 2.26 की सभी भुजाओं के मध्य बिंदुओं को लिखिए।

आकृति 2.26

© NCERT not to be republished

45. आकृति 2.27 के शीर्षों और रेखाखंडों के नाम लिखिए।

आकृति 2.27

46. आकृति 2.28 से संबंधित 180° से छोटे 15 कोणों के नाम लिखिए।

आकृति 2.28

47. आकृति 2.29 के निम्नलिखित कोणों को तीन अक्षरों का प्रयोग करके लिखिए।

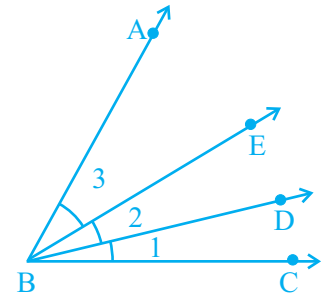
(i) $\angle 1$

(ii) $\angle 2$

(iii) $\angle 3$

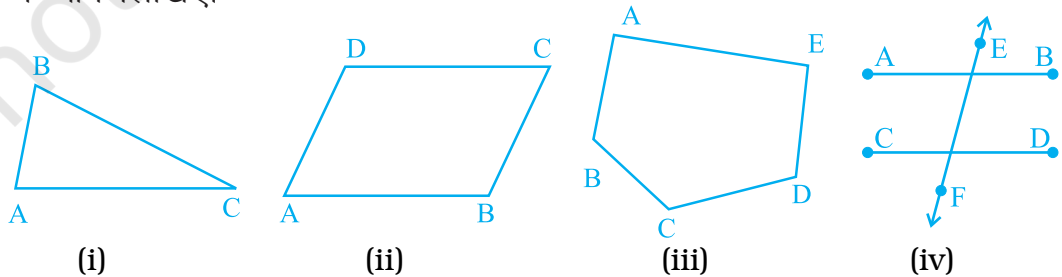
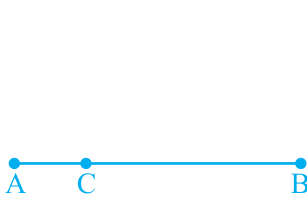
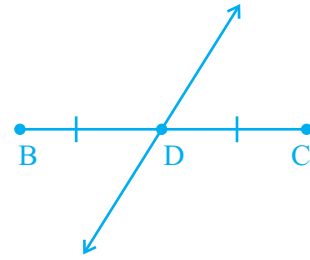
(iv) $\angle 1 + \angle 2$

(v) $\angle 2 + \angle 3$

(vi) $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$ (vii) $\angle CBA - \angle 1$

आकृति 2.29

48. निम्नलिखित में से प्रत्येक आकृति में पहले बिंदुओं के नाम लिखिए और फिर रेखाखंडों के नाम लिखिए।

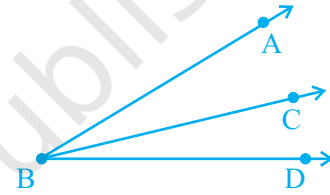
आकृति 2.30

© NCERT not to be republished

49. आकृति 2.31 में, कौन-कौन से बिंदु रेखाखंडों के मध्य बिंदु प्रतीत हो रहे हैं? जब आप मध्य बिंदु निर्धारित कर लें, तो उससे बनने वाले दोनों बराबर रेखाखंडों के नाम लिखिए।

आकृति 2.31

50. क्या एक ही

(i) रेखाखंड की दो भिन्न लंबाइयाँ हो सकती हैं?

(ii) कोण के दो भिन्न माप हो सकते हैं?

51. आकृति 2.32 में, क्या $\angle ABC$ और $\angle CBD$ के माप मिलकर $\angle ABD$ के माप के बराबर हो जाएंगे?

आकृति 2.32

52. आकृति 2.33 में, क्या रेखाखंड AB और रेखाखंड BC की लंबाइयाँ मिलकर रेखाखंड AC की लंबाई के बराबर हो जाएगी?

A B C

आकृति 2.33

53. चाँदे का प्रयोग किए बिना, दो न्यूनकोण और एक अधिक कोण खींचिए। इन कोणों की मापों का आकलन कीजिए। इनको चाँदे से मापिए और देखिए कि आपका आकलन कितना सही है।

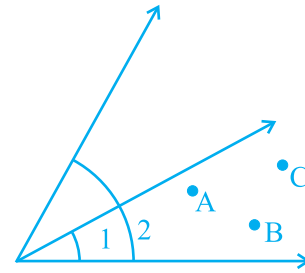
54. आकृति 2.34 को देखिए। एक ऐसा बिन्दु अंकित कीजिए –

(i) A, जो $\angle 1$ और $\angle 2$ दोनों के अभ्यंतरों में स्थित है।

(ii) B, जो केवल $\angle 1$ के अभ्यंतरों में स्थित है।

(iii) C, जो $\angle 1$ के अभ्यंतरों में स्थित है। अब बताइए कि क्या बिंदु B और C भी $\angle 2$ के अभ्यंतर में स्थित हैं।

आकृति 2.34

© NCERT not to be republished

55. निम्नलिखित में, गलत कथन यदि कोई है, तो ज्ञात कीजिए –

एक कोण बनता है, जब हमें प्राप्त होते हैं

(a) एक उभयनिष्ठ अंतबिंदु वाली दो किरणें

(b) एक उभयनिष्ठ अंतबिंदु वाले दो रेखाखंड

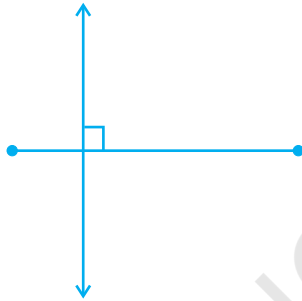
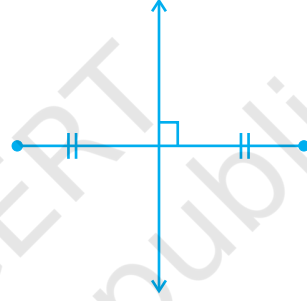
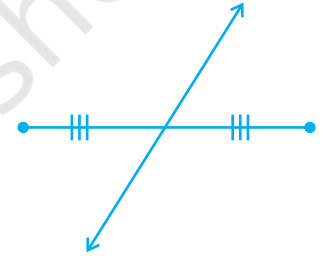
(c) एक उभयनिष्ठ अंतबिंदु वाली एक किरण और एक रेखाखंड

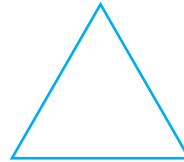
56. निम्नलिखित आकृतियों में (आकृति 2.35) किसमें,

(a) लंब समद्विभाजक दर्शाया गया है?

(b) समद्विभाजक दर्शाया गया है?

(c) केवल समद्विभाजक दर्शाया गया है?

(d) केवल लंब दर्शाया गया है?

आकृति 2.35

57. निम्नलिखित आकृतियों (i) और (ii) में क्या समानता है? (आकृति 2.36)

आकृति 2.36

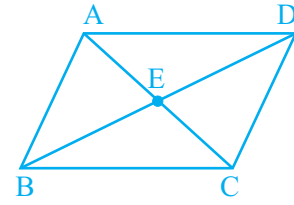
क्या आकृति (i) त्रिभुज है? यदि नहीं तो क्यों?

58. यदि दो किरण प्रतिच्छेद करें, तो क्या उनका प्रतिच्छेद बिंदु उस कोण का शीर्ष होगा, जिस कोण की ये दोनों किरणें भुजाएँ हैं?

© NCERT not to be republished

59. आकृति 2.37 में,

(a) किन्हीं चार कोणों के नाम लिखिए जो न्यूनकोण प्रतीत होते हों।

(b) किन्हीं दो कोणों के नाम लिखिए जो अधिककोण प्रतीत होते हों।

आकृति 2.37

60. आकृति 2.38 में,

(a) क्या AC + CB = AB है?

(b) क्या AB + AC = CB है?

(c) क्या AB + BC = CA है?

A C B

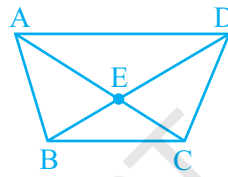
आकृति 2.38

61. आकृति 2.39 में,

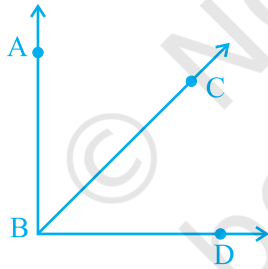
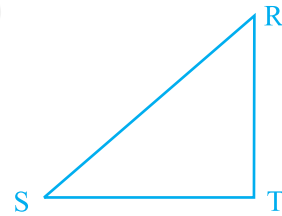
(a) AE + EC क्या है?

(b) AC – EC क्या है?

(c) BD – BE क्या है?

(d) BD – DE क्या है?

आकृति 2.39

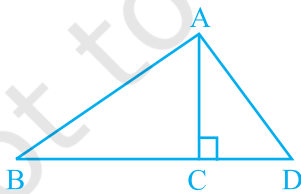
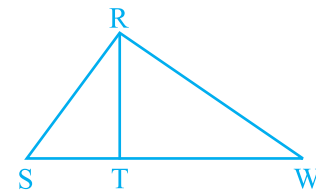
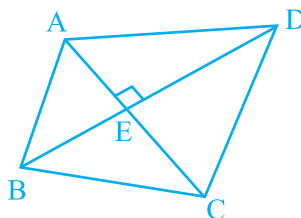
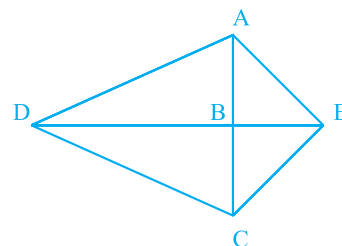
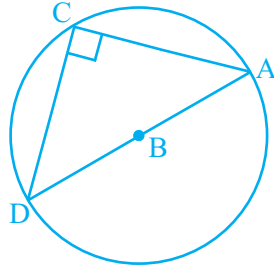
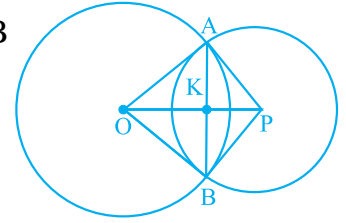
62. आकृति 2.40 के प्रत्येक भाग में, दी हुई सूचना का प्रयोग करके समकोण लिखिए –

(a) BA⊥BD

(b) RT⊥ST

(c) AC⊥BD

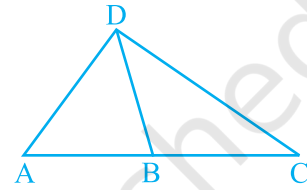
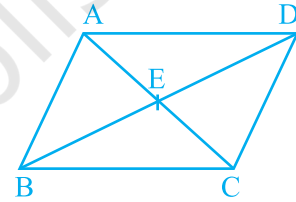
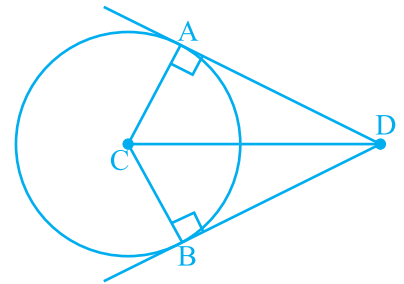
(d) RS⊥RW

(e) AC⊥BD

(f) AE⊥CE

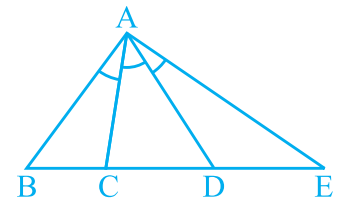
© NCERT not to be republished

(g). AC⊥CD

(h). OP⊥AB

आकृति 2.40

63. आकृति 2.41 के प्रत्येक भाग से क्या निष्कर्ष निकाला जा सकता है, यदि

(a) DB कोण ADC का समद्विभाजक है?

(b) BD कोण ABC को समद्विभाजित करता है?

(c) DC कोण ADB का समद्विभाजक है, CA ⊥ DA और CB ⊥ DB है?

आकृति 2.41

64. किसी कोण को तीन बराबर भागों में बाँट देने पर उसे समत्रिभाजित हुआ कहा जाता है। यदि आकृति 2.42 में, ∠BAC = ∠CAD = ∠DAE है, तो ∠BAE के लिए कितने समत्रिभाजक हैं?

आकृति 2.41

© NCERT not to be republished

65. आकृति 2.43 में कितने बिंदु अंकित हैं?

A B

आकृति 2.43

66. आकृति 2.43 में कितने रेखाखंड हैं?

67. आकृति 2.44 में कितने बिंदु अंकित हैं? उनके नाम लिखिए।

68. आकृति 2.44 में कितने रेखाखंड हैं? उनके नाम लिखिए।

A B C

आकृति 2.44

69. आकृति 2.45 में कितने बिंदु अंकित हैं? उनके नाम लिखिए।

70. आकृति 2.45 में कितने रेखाखंड हैं? उनके नाम लिखिए।

A B C D

आकृति 2.45

71. आकृति 2.46 में कितने बिंदु अंकित हैं? उनके नाम लिखिए।

72. आकृति 2.46 में कितने रेखाखंड हैं? उनके नाम लिखिए।

आकृति 2.46

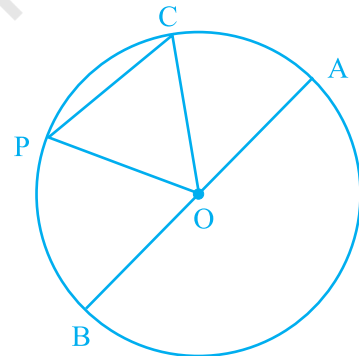
73. आकृति 2.47 में O एक वृत्त का केंद्र है।

(a) वृत्त की सभी जीवाओं के नाम लिखिए।

(b) वृत्त की सभी त्रिज्याओं के नाम लिखिए।

(c) एक ऐसी जीवा लिखिए, जो व्यास नहीं है।

(d) त्रिज्याखंड OAC और OPB को छायांकित कीजिए।

(e) CP द्वारा बनने वाले वृत्त के लघु वृत्तखंड को छायांकित कीजिए।

आकृति 2.47

74. क्या हम ऐसे दो न्यूनकोण प्राप्त कर सकते हैं? जिनका योग

(a) एक न्यूनकोण हो? क्यों या क्यों नहीं?

(b) एक समकोण हो? क्यों या क्यों नहीं?

(c) एक अधिककोण हो? क्यों या क्यों नहीं?

(d) एक ऋजुकोण हो? क्यों या क्यों नहीं?

(e) एक प्रतिवर्ती कोण हो? क्यों या क्यों नहीं?

© NCERT not to be republished

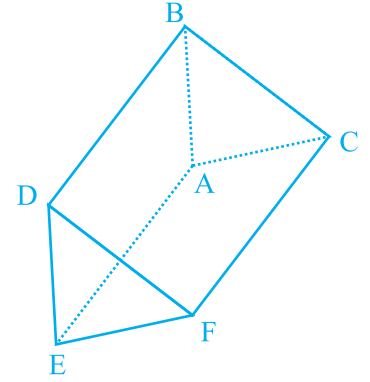
75. क्या हम ऐसे दो अधिक कोण प्राप्त कर सकते हैं, जिनका योग

(i) एक प्रतिवर्ती कोण हो? क्यों या क्यों नहीं?

(ii) एक संपूर्ण कोण हो? क्यों या क्यों नहीं?

76. आकृति 2.48 में दर्शाए गए प्रिज़्म के

(i) शीर्षों (ii) किनारों और

(iii) फलकों के नाम लिखिए।

आकृति 2.48

77. एक गोले में कितने किनारे, फलक और शीर्ष होते हैं?

78. एक पंचभुज ABCDE के सभी विकर्णों को खींचिए और उनके नाम लिखिए।

(D) क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1: प्रश्न 65 से 72 को देखिए। क्या आप रेखाखंडों की संख्या ज्ञात कर सकते हैं, जब एक रेखाखंड पर 9 बिंदु अंकित हों, 7 बिंदु अंकित हों, 10 बिंदु अंकित हों?

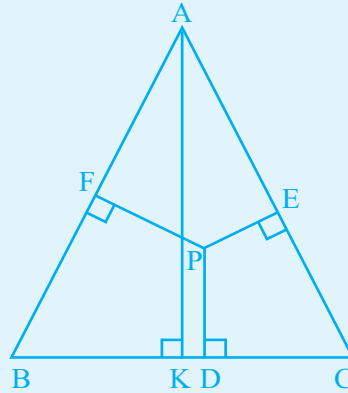
क्रियाकलाप 2: आकृति 2.49 में दर्शाए त्रिभुज ABC की अपनी अभ्यास-पुस्तिका पर प्रतिलिपि बनाइए।

(a) एक बिंदु P लीजिए, जैसा आकृति में दर्शाया गया है।

(b) $PD \perp BC$, $PE \perp CA$ और $PF \perp AB$ खींचिए।

(c) साथ ही $AK \perp BC$ भी खींचिए।

आकृति 2.49

© NCERT not to be republished

अब एक रेखा l खींचिए, PD को डिवाइडर और पटरी (रूलर) की सहायता से मापिए तथा इसे रेखा l पर आकृति 2.50 में दर्शाए अनुसार अंकित कीजिए।

आकृति 2.50

अब PE को डिवाइडर और पटरी की सहायता से मापिए तथा इसे l (रूलर) पर DE के रूप में अंकित कीजिए। पुनः डिवाइडर और पटरी (रूलर) की सहायता से PF को मापिए और रेखा l पर EF के रूप में अंकित कीजिए। अब जाँच कीजिए कि क्या AK और (PD + DE + EF) लंबाइयों में बराबर हैं।

क्रियाकलाप 3 : आकृति 2.51 में दिए समद्विबाहु त्रिभुज ABC की अपनी अभ्यास-पुस्तिका पर एक प्रतिलिपि बनाइए। BC पर एक बिंदु E लीजिए तथा $EF \perp CA$ और $EG \perp AB$ खींचिए। EF और EG को मापिए तथा उनकी मापों को जोड़िए।

A से $AD \perp BC$ खींचिए। पटरी (रूलर) या डिवाइडर से जाँच कीजिए कि क्या EF और EG का योग AD के बराबर है।

आकृति 2.51

© NCERT not to be republished